第9讲 数论综合（一）

蔡伦，东汉桂阳郡人。总结以往人们的造纸经验革新造纸工艺，终于制成了“蔡侯纸”。蔡伦的造纸术被列为中国古代“四大发明”，对人类文化的传播和世界文明的进步作出了杰出的贡献，千百年来备受人们的尊崇。被纸工奉为造纸鼻祖。 除此之外，相传蔡伦热爱乘法竖式，因为纸张经常被虫咬坏，才决心改进造纸技术，同时，他发明的“补充被虫子咬坏的算式”的题目被当时的士大夫称为“虫食算”。因此，历史学家普遍认为，蔡伦也是如今“数字谜”问题的鼻祖。数字谜，是数学中较为有趣的一种题目，用字母或其它符号代替数字形成的算式，要求做题者还原出原来的式子。

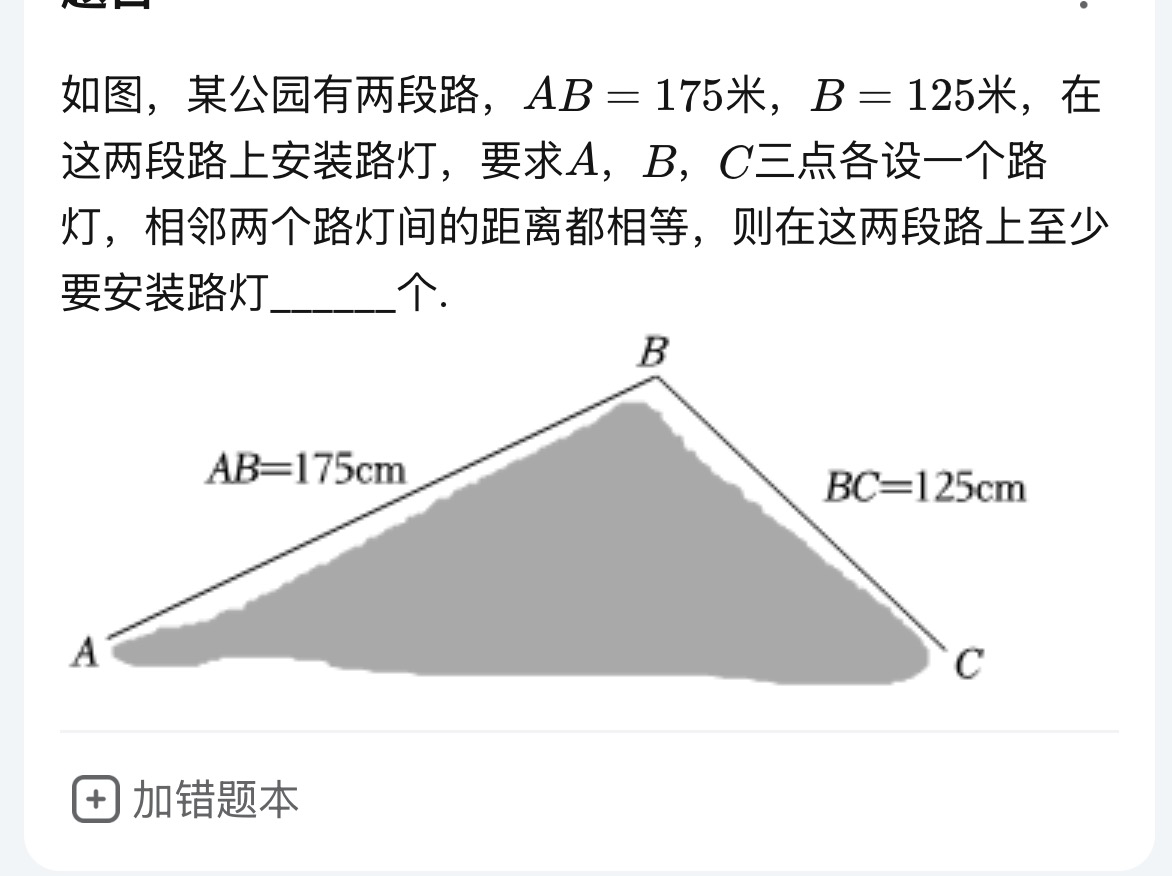


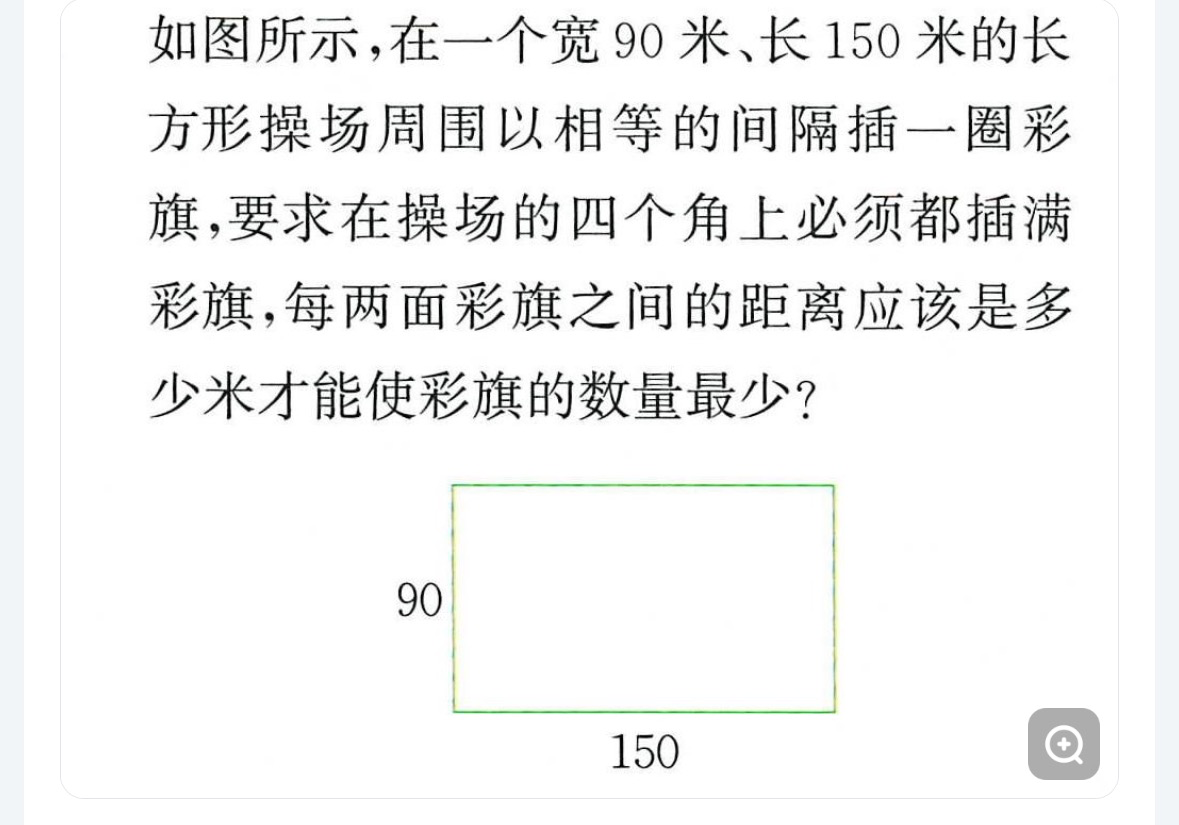
**9.1 例题一解析**

1. 已知A✖B+3=X，其中A、B均为小于100的质数，X是奇数，那么X的最大值是多少？
2. 已知P、Q都是质数，并且11P - 93Q = 2003，则P和Q的乘积是多少？
3. 已知a、 b、 c 都是质数，并且a+ b=33，b+ c=42，那么a× b× c = ？
4. 已知a、 b、 c 都是质数，若a× b+ b× c=119，则a+ b+ c =？



**9.2 例题二解析**

1. 如图所示，某公园有两段路，AB=175米，B=125米，在这两段路上安装路灯，要求A，B，C三点各设一个路灯，相邻两个路灯间的距离都相等，则在这两段路上至少要安装路灯\_\_\_\_\_\_个.

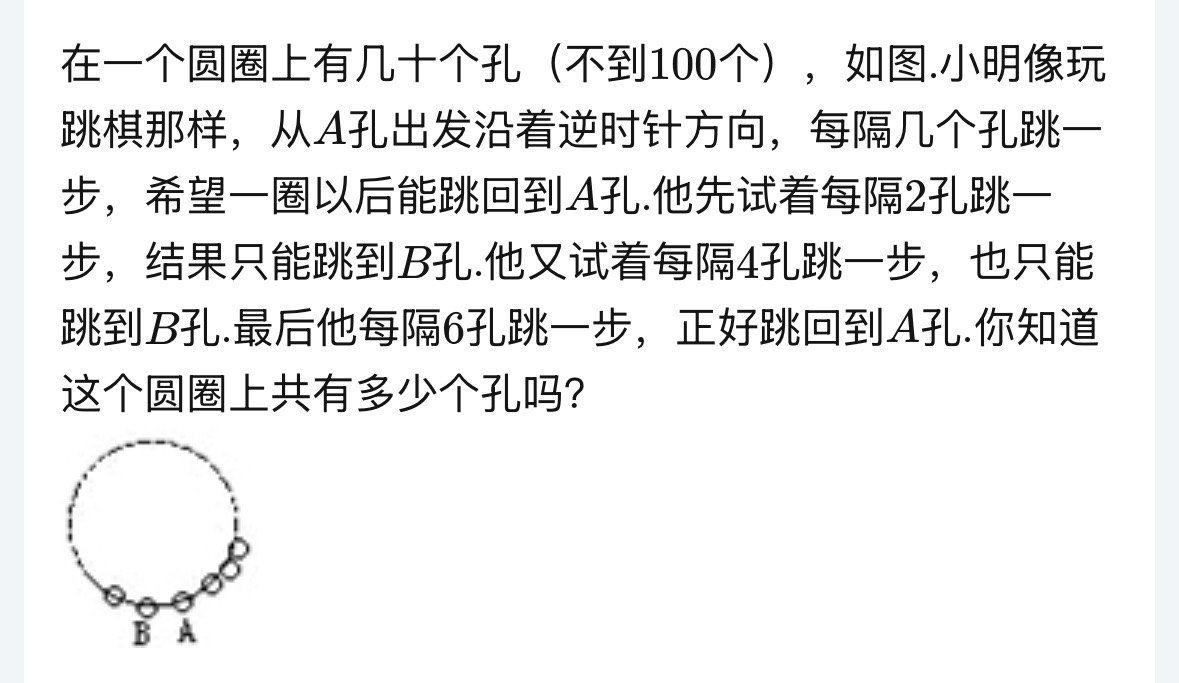
6、如图所示,在一个宽90米、长150米的长方形操场周围以相等的间隔插一圈彩旗,要求在操场的四个角上必须都插满彩旗,每两面彩旗之间的距离应该是多少米才能使彩旗的数量最少?



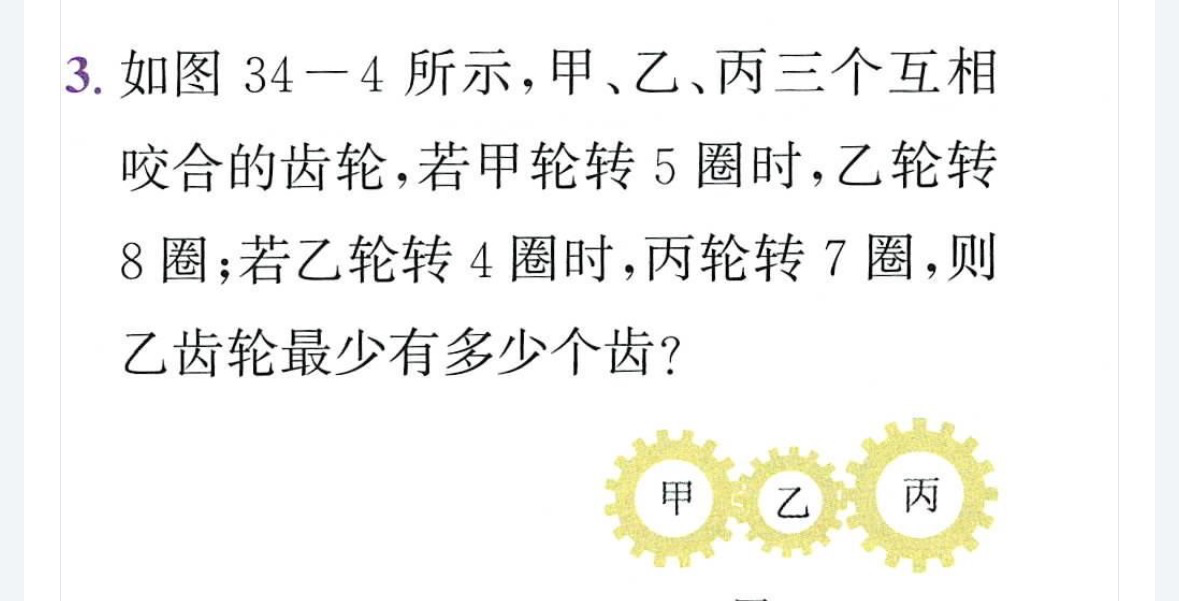
**9.3 例题三解析**

7、体育课上，张老师要同学们先按1~2报数，再按1~3报数，最后按1~7报数，王老师问排在最后的小明同学:“三次报数，你每次报的各是几?”小明同学说:“每次报的都是1.”王老师说:“我知道了，这节体育课你们班缺勤1人。”这个班有多少人？（班级人数小于50）

8、某一段共有22根电线杆(两端都有)，相邻两根电线杆的距离都是30米，今年进行大规模的城市道路扩建改造，美化城市环境，把原有电线杆30米的距离变成45米，那么共有多少根电线杆不需要动？

9、如下图，在一个圆圈上有几十个孔(不到100个)，豆豆像玩跳棋那样，从A孔出发沿着逆时针方向，每隔几个孔跳一步，希望一圈以后能跳回到A孔。他先试着每隔2孔跳一步，结果只能跳到B孔。他又试着每隔4孔跳一步，也只能跳到B孔。最后他每隔6孔跳一步，正好跳回到A孔。你知道这个圆圈上共有多少个孔吗?

1. 如图，所示,甲、乙、丙三个互相咬合的齿轮，若甲轮转5圈时，乙轮转8圈；若乙轮转4圈时,丙轮转7圈,则乙齿轮最少有多少个齿?





**9.4 例题四解析**

1. 两个自然数a、b的最大公因数是14，最小公倍数是280，它们的和是多少？
2. 两个自然数的和是125，它们的最大公因数是25，这两个数的差为多少？
3. 已知两个自然数的积是8214，它们的最大公约数是37，则这两个自然数是多少？

14、已知正整数a、b的差为120，它们的最小公倍数是其最大公因数的105倍，那么a、b中较大的数是多少？

15、自然数N有12个正因数，则N的最小值是多少？

16、自然数N有很多个因数，把这些因数两两求和得到一组新数，其中最小的为4，最大的为196，N有多少个因数？